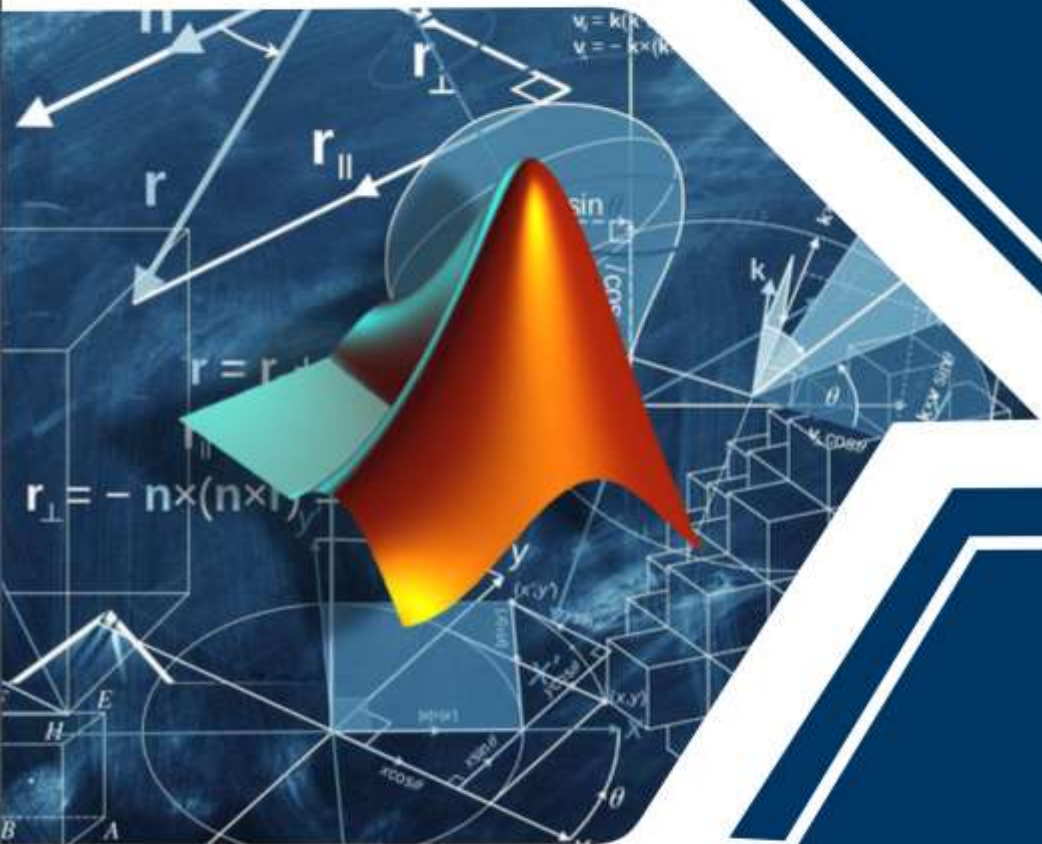


Kamaruddin, S.Si., M.Si.
Dr. Patricia M. Silangen, M.Si.



PENGANTAR ANALISIS **NUMERIK** MENGUNAKAN MATLAB

PENGANTAR ANALISIS NUMERIK MENGGUNAKAN MATLAB

Kamaruddin, S.Si., M.Si.
Dr. Patricia M. Silangen, M.Si



Tahta Media Group

UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta

Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

Pembatasan Pelindungan Pasal 26

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

- i. penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
- ii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
- iii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
- iv. penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

Sanksi Pelanggaran Pasal 113

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

PENGANTAR ANALISIS NUMERIK MENGGUNAKAN MATLAB

Penulis:

Kamaruddin, S.Si., M.Si.
Dr. Patricia M. Silangen, M.Si

Desain Cover:

Tahta Media

Editor:

Tahta Media

Proofreader:

Tahta Media

Ukuran:

x,90, Uk: 15,5 x 23 cm

ISBN: 978-623-147-198-7

Cetakan Pertama:

November 2023

Hak Cipta 2023, Pada Penulis

Isi diluar tanggung jawab percetakan

Copyright © 2023 by Tahta Media Group

All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau
memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini
tanpa izin tertulis dari Penerbit.

PENERBIT TAHTA MEDIA GROUP

(Grup Penerbitan CV TAHTA MEDIA GROUP)

Anggota IKAPI (216/JTE/2021)

KATA PENGANTAR

Analisis numerik dalam tinjauan fisika komputasi merupakan cabang ilmu fisika yang mempelajari masalah fisika berdasarkan tinjauan komputasi numerik. Sebagai perbandingan, fisika teori melandaskan bidang kajian fisika berdasarkan analisis matematis analitik sedangkan fisika eksperimen melandaskannya pada interpretasi hasil-hasil pengukuran beberapa besaran fisis yang terkait. Dengan perkembangan teknologi (khususnya komputer) batas antara fisika komputasi dan fisika teori menjadi semakin tidak nampak seiring dengan semakin tidak nampaknya perbedaan hasil yang diperoleh secara komputasi dan analitik.

Fisikawan komputasi perlu memiliki ketrampilan untuk mengubah persamaan matematis atau hukum fisika ke dalam bentuk diskret yang sesuai. Dalam hal ini diperlukan bentuk diskrit karena segala informasi fisis mengenai sistem nantinya akan tersaji dalam bentuk angka-angka atau nilai-nilai numerik. Metode pengubahan persamaan matematis ke bentuk diskret beserta berbagai metode penyelesaiannya ini biasa disebut metode numerik. Pemahaman mengenai metode numerik itu saja belum mencukupi karena hasil nilai-nilai numerik yang diharapkan baru akan muncul setelah diproses oleh komputer. Dalam hal ini diperlukan bahasa komputer atau piranti tertentu, yang biasanya perangkat lunak berbentuk paket siap pakai, sehingga pemakai dapat berkomunikasi dengan komputer dan memerintahkannya untuk melakukan proses komputasi seperti yang diharapkan. Pemahaman tentang watak-watak alur langkah komputasi (algoritma) serta watak komputer itu sendiri tentunya sangat membantu dalam melakukan trik dan manipulasi untuk optimasi proses komputasi. Buku ini berisi tentang rangkuman materi konsep dan simulasi numerik yang membahas metode numerik atau analisis numerik.

Peyusunan buku ini tidak lepas dari pengalaman dari penulis dalam menjalankan proses pembelajaran. Sehingga diharapkan buku ini dapat menjadi pedoman dalam pembelajaran mata kuliah Analisis Numerik. Kemampuan peserta didik dapat diukur seiring berjalannya pembelajaran dan buku ini akan terus dikembangkan sesuai dengan kebutuhan. Tentunya buku ini tidak terlepas dari sejumlah kekurangan dan penulis mengucapkan terima kasih kepada sumber-sumber yang telah menyediakan bahan kajian yang

dimuat dalam buku ini. Penulis memohon maaf jika ada kekeliruan dalam penyusunan buku ini dan kepada para pembaca agar dapat memberikan masukan dan saran untuk perbaikan lebih lanjut.

PRAKATA

Alhamdulillah, Puji syukur atas segala curahan hidayah dan maunah-Nya, penulis dapat menyelesaikan buku ini. Syukur yang tak terkira. Setelah bergelut dengan waktu, akhirnya penulis dapat menyusun materi atau bahan ajar yang dapat membantu dalam proses pembelajaran. Beberapa materi yang dimuat bersumber dari buku aslinya dan adapula ada pula dari hasil kajian berdasarkan laporan hasil-hasil penelitian yang dirangkum menjadi bahan belajar. Hingga akhirnya buku karya yang jauh dari kata sempurna ini berhasil penulis hadirkan kepada pembaca. Buku ini penulis persembahkan kepada orang-orang yang senantiasa memegang fitrah Islam. Yang menjadikan Nabi Muhammad sebagai suri tauladan di setiap tempat dan keadaan. Yang senantiasa membawa visi kedamaian, yang membuat siapapun merasa aman jika berdekatan, menjadi rahmat bagi seluruh alam. Dan buku ini juga penulis persembahkan kepada siapa saja yang senantiasa mau membuka dirinya untuk menerima kebaikan dan berjalan pada jalan kebenaran.

Buku yang berada di tangan pembaca ini berisi beragam kajian yang bersumber dari pengalaman belajar dan mengajar penulis yang dihimpun dari buku, jurnal, dan hasil-hasil penelitian terbaru. Buku ini disusun sebagai bahan ajar perkuliahan pada Mata Kuliah Analisis Numerik yang terbagi dalam 6 (enam) Bab. Setiap babnya berisi tujuan, materi, latihan, dan evaluasi pembelajaran. Bab pertama, berisi tentang pengantar analisis numerik yang mengkaji metode numerik secara umum. Bab dua, instalasi program matlab dan dasar-dasar penggunaannya untuk digunakan dalam membantu menyelesaikan persoalan numerik dalam bidang fisika. Bab tiga, topik yang berkaitan akar-akar persamaan. Bab empat, topik-topik yang berkaitan dengan interpolasi dan ekstrapolasi. Bab lima berisi tentang integrasi dan diferensiasi numerik, dan Bab 6 berisi tentang kumpulan simulasi numerik dalam fisika menggunakan Matlab.

Keseluruhan topik yang dimuat pada buku ini diharapkan dapat memberikan informasi, pengetahuan, dan pengalaman belajar pada mahasiswa yang memprogram Mata Kuliah Analisis Numerik di Jurusan Fisika Fakultas Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, dan Kebumihan (FMIPA-K) Universitas Negeri Manado (UNIMA).

Bersama terbitnya buku ini, penulis ucapkan terima kasih tak terhingga kepada Allah SWT, Tuhan yang Maha Kuasa, kepada kedua orang tua dan keluarga yang telah meluapkan kasih sayangnya kepada penulis sehingga bisa seperti ini. Kepada istri tercinta, Wilda Inasari, S.Pd., yang senantiasa mendampingi saya dalam suka dan duka. Serta buah hati tercinta kami, Azalea Nurisyana, semoga kelak engkau gemar membaca dan menulis sehingga menjadi orang yang berilmu dan bermanfaat bagi banyak orang. Terima kasih juga saya sampaikan kepada Pimpinan Jurusan Fisika FMIPA-K UNIMA Para Dosen dan Rekan Kerja terkhusus kepada Dr. Patricia M. Silangen, S.Pd., dan M.Si., Alfrie M. Rampengan, S.Si., M.Sc. selaku mentor dari awal diterima sebagai dosen CPNS di Jurusan Fisika FMIPA-K UNIMA bersama sahabat-sahabat seperjuangan yang lain.

Akhir kata, segala kekurangan dan kelemahan yang terdapat dalam buku ini murni keterbatasan ilmu dari penulis. Oleh karena itu, penulis memohon maaf sebesar-besarnya dan kiranya pembaca dapat memberikan saran dan kritik demi perbaikan. Semoga menjadi pelecut semangat bagi penulis untuk senantiasa belajar dan terus belajar. Paling akhir, semoga karya sederhana ini dapat sedikit memberikan manfaat, baik kepada penulis dan juga pembaca umumnya.

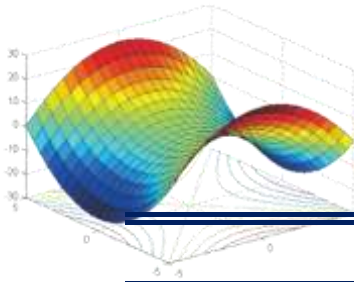
DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iv
PRAKATA	vi
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR GAMBAR.....	x
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Gambaran Umum	1
B. Sasaran Pembelajaran	1
C. Prasyarat	2
D. Keterkaitan Bahan Ajar	2
E. Tujuan dan Manfaat Buku Ajar Secara Umum	3
F. Petunjuk Belajar	3
G. Pengantar Metode Numerik.....	3
H. Evaluasi / Soal Latihan.....	9
BAB II INSTALASI DAN DASAR-DASAR MATLAB.....	11
A. Tujuan Pembelajaran	11
B. Pendahuluan	11
C. Proses Instalasi dan Aktivasi Matlab.....	13
D. Dasar-Dasar Penggunaan Matlab	15
E. Evaluasi / Soal Latihan.....	23
BAB III PENENTUAN AKAR PERSAMAAN	25
A. Tujuan Pembelajaran	25
B. Pendahuluan	25
C. Persamaan Non-Linier.....	28
D. Persamaan Linier	37
E. Evaluasi / Soal Latihan.....	42
BAB IV INTERPOLASI DAN EKSTRAPOLASI.....	50
A. Tujuan Pembelajaran	50
B. Pendahuluan	50
C. Interpolasi	50
D. Ekstrapolasi	56
E. Evaluasi / Soal Latihan.....	57
BAB V INTEGRASI DAN DIFFERENSIASI NUMERIK.....	62
A. Tujuan Pembelajaran	62

B. Pendahuluan	62
C. Integrasi Numerik	63
D. Diferensiasi Numerik.....	71
E. Evaluasi / Soal Latihan	80
BAB VI SIMULASI NUMERIK DENGAN MATLAB.....	82
A. Tujuan Pembelajaran	82
B. Pendahuluan	82
C. Contoh Simulasi Numerik dengan Matlab	83
D. Evaluasi / Soal Latihan	87
DAFTAR PUSTAKA.....	90

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Ilustrasi penerjun payung.....	8
Gambar 2. 1. Skema diagram fitur yang disediakan oleh MATLAB(Anonim, 2004).....	13
Gambar 2. 2 Tampilan Matlab R2019b	15
Gambar 2. 3 Hasil Tampilan Pada Matlab	23
Gambar 2. 4 Hasil plot yang dijalankan pada MATLAB	23
Gambar 3. 1 Bagan klasifikasi persamaan Aljabar(Atmika, 2016)	25
Gambar 3. 2 Ilustrasi akar dari sebuah persamaan	26
Gambar 3. 3 Ilustrasi gradik plot variasi nilai fungsi $f(c)$ terhadap nilai c ...	30
Gambar 3. 4 Ilustrasi Metode Bisection	31
Gambar 3. 5 Ilustrasi Metode RegulaFalsi	33
Gambar 3. 6 Ilustrasi metode iterasi	34
Gambar 3. 7 Ilustrasi Metode Newton Raphson.....	35
Gambar 3. 8 Ilustrasi Metode Secant.....	37
Gambar 4. 1 Ilustrasi Interpolasi linier.....	51
Gambar 4. 2 Ilustrasi Interpolasi Kuadratik	53
Gambar 4. 3 Ilustrasi Interpolasi Polinomial.....	54
Gambar 4. 4 Contoh ilustrasi masalah ekstrapolasi.....	57
Gambar 5. 1 Luas daerah kurva.....	64
Gambar 5. 2 Ilustasi Metode Trapesium Satu Pias.....	65
Gambar 5. 3 Ilustasi Metode Trapesium Banyak Pias.....	66
Gambar 5. 4 Ilustrasi metode Simpson.....	67
Gambar 5. 5 Ilustrasi metode Simpson dengan banyak pias	68
Gambar 5. 6 Ilustrasi Metode Selisih Maju	73
Gambar 5. 7 Ilustrasi Metode Selisih Mundur	74
Gambar 5. 8 Ilustrasi Initial Value Problem (IVP).....	75
Gambar 5. 9 Ilustrasi Boundary Value Problem (BVP)	76



BAB I

PENDAHULUAN

A. GAMBARAN UMUM

Analisis numerik atau lebih umum dikenal dengan metode numerik (*Numerical Methods*) merupakan salah satu kajian ilmu yang mengarah pada pengetahuan komputasional. Tidak dapat dipungkiri bahwa era saat ini yang mengedepankan teknologi informasi dalam menyelesaikan berbagai persoalan dengan bantuan komputer. Metode numerik adalah teknik penyelesaian permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan secara kompleks dalam jumlah yang banyak dan prosesnya berulang dengan bantuan komputer (Ajaib, 2016; Atmika, 2016; Chasnov, 2012).

Buku ini disusun untuk memudahkan mahasiswa dalam memahami beberapa metode numerik untuk menyelesaikan persamaan-persamaan matematis yang kompleks dan sulit secara analitis. Selain itu, buku ini lebih khusus ditujukan dalam membahas masalah-masalah yang berkaitan dengan bidang fisika dengan menggunakan bantuan perangkat lunak yaitu Matlab. Buku ajar ini dikhususnya dalam menunjang mata kuliah Analisis Numerik. Mata kuliah ini bertujuan untuk memberikan pengetahuan dan pengalaman tentang metode numerik dalam menyelesaikan persoalan dalam bidang fisika.

Buku ini mempelajari tentang analisis numerik dan bahasa pemrograman Matlab. Topik-topik yang dibahas dalam buku ini sejalan dengan bahan ajar mata kuliah seperti konsep-konsep penyelesaian persoalan matematis dengan metode numerik beserta persamaan-persamaan yang mendasarinya dan batasan-batasan yang menyertainya. Untuk pemrograman dipilih bahasa Matlab karena merupakan bahasa program yang sederhana dan mudah dipahami bagi pemula dan aplikasinya pada Analisis Numerik.

B. SASARAN PEMBELAJARAN

Sasaran pembelajaran dalam penyusunan buku ini ditujukan kepada mahasiswa yang sedang mengambil mata kuliah analisis numerik pada Program Studi Fisika Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dan Kebumihan (FMIPAK) Universitas Negeri Manado

(UNIMA). Pembelajaran yang dilkakukan melalui bahan ajar yang disiapkan dalam buku ini diharapkan dapat memenuhi capaian pembelajaran mata kuliah yang telah dicanangkan dalam Rencana Pembelajaran Semester. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah yang dimaksud yaitu:

- Mampu memahami metode numerik secara teoretik untuk menyelesaikan masalah dalam bidang Fisika dengan pendekatan matematis menggunakan perangkat lunak komputer.
- Mampu memahami metode numerik secara teoretik untuk menyelesaikan masalah dalam bidang Fisika dengan pendekatan matematis menggunakan perangkat lunak komputer.
- Mampu menguraikan dan memecahkan persoalan mendasar tentang akar-akar persamaan dengan menggunakan metode numerik.
- Mampu menunjukkan kinerja kolaborasi yang bermutu. Mampu mengembangkan solusi numerik secara efektif berkaitan pengaplikasian metode numerik dalam bidang fisika.

C. PRASYARAT

Mata kuliah analisis numerik merupakan salah satu mata kuliah wajib yang harus ditempuh oleh mahasiswa khususnya mahasiswa Jurusan Fisika Fakultas Matematika Ilmu Pengetahuan Alam dan Kebumian (FMIPAK) Universitas Negeri Manado (UNIMA). Prasyarat untuk dapat mengikuti materi dalam buku ini yaitu pembaca harus sudah pernah mendapat pelajaran kalkulus, fisika dasar, fisika matematika, TIK, dan algoritam pemrograman.

D. KETERKAITAN BAHAN AJAR

Bahan ajar yang disajikan dalam buku ini memuat materi yang berkaitan dengan jalannya pembelajaran dalam perkuliahan. Secara umum muatan materi yang termuat dalam buku ini yaitu:

- Bab I memuat tentang gambaran singkat dalam mempelajari analisis numerik.
- Bab II berisi tentang dasar-dasar dan petunjuk instalasi Matlab yang akan digunakan dalam memahami metode numerik dan akan digunakan untuk bab-bab berikutnya.

- Bab III memuat konsep dan contoh penerapan metode numerik dalam menentukan akar-akar persamaan linier dan non-linier.
- Bab IV berisi tentang kajian metode interpolasi
- Bab V memuat tentang metode numerik pada persoalan integrasi dan diferensiasi numerik.
- Bab VI berisi tentang program-program simulasi numerik yang dapat menjadi gambaran dalam merancang sebuah Project Base Learning.

E. TUJUAN DAN MANFAAT BUKU AJAR SECARA UMUM

Buku ajar ini bertujuan untuk menjadi bahan belajar mahasiswa yang mengikuti mata kuliah analisis numerik. Manfaat dari penulisan buku ajar ini adalah memudahkan tenaga pengajar dalam merancang, melaksanakan, mengevaluasi, dan mengembangkan pembelajaran tentang mata kuliah analisis numerik.

F. PETUNJUK BELAJAR

Buku ini berisi konsep dan latihan dalam mensimulasikan materi menggunakan perangkat lunak berupa Matlab untuk memberikan pemahaman secara komprehensif kepada mahasiswa. Setelah mempelajari topik-topik dalam buku ini diharapkan Mahasiswa dapat menghasilkan sebuah luaran berupa Project Base Learning dengan menggunakan Matlab..

G. PENGANTAR METODE NUMERIK

Metode numerik merupakan pendekatan yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam berbagai bidang. Metode numerik mampu menyelesaikan suatu sistem persamaan yang besar, persamaan yang tidak linier dan persamaan yang kompleks yang tidak mungkin diselesaikan secara analitis dalam berbagai bidang ilmu. Berbagai masalah yang ada dalam berbagai disiplin ilmu dapat digambarkan dalam bentuk matematik dari berbagai fenomena yang berpengaruh. Misalnya dalam bidang fisika, seperti gerak benda, konsep gelombang, dan peluruhan radioaktif yang dirumuskan secara matematis dapat dihitung dan disimulasikan dengan bantuan metode numerik. Beberapa kasus mungkin dapat diselesaikan secara analitis namun

pada kasus yang lebih kompleks akan rumit dan memerlukan metode numerik untuk menyelesaikannya.

Penyelesaian secara numerik suatu persamaan matematis hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai sebenarnya (nilai eksak)(Atmika, 2016). Sehingga penyelesaian numerik sangat memungkinkan terdapat kesalahan terhadap nilai sebenarnya, dengan kata lain metode numerik merupakan salah satu pendekatan. Dengan menggunakan metode pendekatan semacam ini, tentunya setiap nilai hasil perhitungan akan mempunyai galat (*error*) atau nilai kesalahan(Maharani & Suprpto, 2018). Kesalahan ini penting artinya, karena kesalahan dalam pemakaian algoritma pendekatan akan menyebabkan nilai kesalahan yang besar, tentunya ini tidak diharapkan. Sehingga pendekatan metode numerik selalu membahas tingkat kesalahan dan tingkat kecepatan proses yang akan terjadi.

Menurut (Atmika, 2016), terdapat 3 tiga macam kesalahan yaitu kesalahan bawaan, kesalahan pembulatan, dan kesalahan pemotongan. Kesalahan bawaan adalah kesalahan dari nilai data. Kesalahan tersebut bisa terjadi karena kekeliruan dalam menyalin data, salah membaca skala, atau kesalahan karena kurangnya pengertian mengenai hukum-hukum fisik dari data yang diukur. Kesalahan pembulatan terjadi karena tidak diperhitungkannya beberapa angka terakhir dari suatu bilangan. Kesalahan ini terjadi apabila bilangan perkiraan digunakan untuk menggantikan bilangan eksak. Suatu bilangan dibulatkan pada posisi ke- n dengan membuat semua angka disebelah kanan dari posisi tersebut sama dengan nol. Sedangkan angka pada posisi ke- n tersebut tidak berubah atau tidak dinaikkan satu digit. Aturan pembulatan untuk bilangan sampai ke- n angka signifikan, hilangkan setiap bilangan yang ada disebelah kanan angka ke- n dan bila bilangan yang dihilangkan tersebut kurang dari 5 maka angka ke- n tidak berubah, bila lebih dari 5 maka angka ke- n bertambah 1, tepat 5 maka bertambah 1 bila angka ke- n ganjil dan tetap jika angka ke- n genap. Kesalahan pemotongan terjadi karena tidak dilakukan hitungan sesuai dengan prosedur matematik yang benar. Sebagai contoh, suatu proses yang tak berhingga diganti dengan proses hingga.

Selain itu, dalam menyelesaikan persoalan secara numerik, hasil yang diperoleh dari pendekatan metode numerik memiliki perbedaan dengan hasil yang diperoleh secara analitis. Perbedaan inilah yang sering disebut sebagai

error (kesalahan). Hubungan antara nilai eksak, nilai perkiraan dan error dapat dirumuskan sebagai berikut (Atmika, 2016; Maharani & Suprpto, 2018; Setiawan, 2016):

$$P = P^* + E_e$$

dimana:

- P: Nilai eksak
- P^* : Nilai perkiraan
- E_e : Kesalahan terhadap nilai eksak

Indeks e menunjukkan bahwa kesalahan dibandingkan terhadap nilai eksak. Dari bentuk persamaan diatas maka didapat bahwa kesalahan adalah perbedaan antara nilai eksak dan nilai perkiraan.

$$E_e = P - P^*$$

Bentuk kesalahan E_e disebut dengan kesalahan absolut. Kesalahan absolut tidak menunjukkan besarnya tingkat kesalahan.

Besarnya tingkat kesalahan dapat dinyatakan dalam bentuk kesalahan relatif, yaitu dengan membandingkan kesalahan yang terjadi dengan nilai eksak.

$$\varepsilon_e = \frac{E_e}{P}$$

Dalam bentuk persentase dapat dituliskan

$$\varepsilon_e = \frac{E_e}{P} \times 100 \%$$

Dengan ε_e adalah kesalahan relatif terhadap nilai eksak. Nilai eksak hanya dapat diketahui apabila suatu fungsi dapat diselesaikan secara analitis. Namun, dalam metode numerik, biasanya nilai tersebut tidak diketahui. Untuk itu kesalahan dinyatakan berdasarkan pada nilai perkiraan terbaik dari nilai eksak dan didalam metode numerik, sering dilakukan pendekatan secara iteratif.

Pada pendekatan tersebut perkiraan sekarang dibuat berdasarkan perkiraan sebelumnya. Dalam hal ini kesalahan adalah perbedaan antara perkiraan sebelumnya dan perkiraan sekarang, dan kesalahan relatif diberikan oleh bentuk:

$$\varepsilon_a = \frac{p_{*}^{n+1} - p_{*}^n}{p_{*}^{n+1}} \times 100 \%$$

dimana:

- ε_a : kesalahan terhadap nilai perkiraan terbaik
- p_{*}^n : nilai perkiraan pada iterasi ke n
- p_{*}^{n+1} : nilai perkiraan pada iterasi n+1

Selain itu, salah satu dasar atau pondasi dalam menyelesaikan persoalan dalam metode numerik adalah pengetahuan dan pemahaman dalam dasar-dasar konsep matematika. Matematika sebagai ilmu dasar bekal pengetahuan mengenai konsep fungsi, geometri, konsep kalkulus seperti turunan dan integral dan sebagainya. Banyak teorema matematika yang dipakai dalam penghitungan numerik khususnya dalam bidang fisika. Tapi teorema yang sangat penting adalah deret Taylor yang digunakan untuk menurunkan suatu metode numerik.

Sebuah model matematika dapat didefinisikan secara kasar sebagai sebuah formulasi atau persamaan yang mengekspresikan suatu sistem atau proses dalam istilah matematika. Sebagai bentuk yang umum, model matematika dapat direpresentasikan dalam hubungan fungsional, dalam bentuk persamaan:

Variabel terikat = f (variabel bebas, parameter, fungsi gaya)

Variabel terikat pada umumnya mencerminkan perilaku dari sistem, sedangkan variabel bebas sering berupa waktu atau ruang. Parameter merupakan properti dari sistem, (misalnya koefisien gesekan sistem), dan fungsi gaya adalah pengaruh luar yang bekerja pada sistem. Ekspresi matematika dalam persamaan dapat berupa suatu persamaan aljabar sederhana, namun dapat pula berupa satu set persamaan diferensial yang kompleks. Hukum gerak Newton II yang menyatakan bahwa laju perubahan momentum pada suatu sistem adalah sama dengan resultan gaya yang bekerja padanya. Ekspresi matematika, atau model, dari Hukum Newton II adalah suatu persamaan yang cukup terkenal, yaitu:

$$F = m.a$$

Dengan F adalah gaya luar yang bekerja pada sistem (dalam Newton, atau kilogram-meter per detik), m adalah massa dari objek (dalam kilogram), dan a adalah percepatan (dalam m/s^2). Hukum II newton tersebut dapat dirubah bentuk menjadi:

$$a = \frac{F}{m}$$

Dengan a adalah variabel terikat yang mencerminkan perilaku sistem, F adalah fungsi gaya, dan m adalah parameter yang merepresentasikan properti dari sistem. Sebagai catatan, dalam kasus sederhana ini tidak dijumpai variabel bebas sebab kita tidak memprediksikan perubahan percepatan dalam waktu atau uang. Karena bentuk aljabar yang sederhana, maka solusi dari persamaan diatas dapat diperoleh dengan mudah. Namun, model matematika yang lain dari fenomena fisik dapat lebih kompleks, dan pada umumnya tak bisa diselesaikan secara eksak atau memerlukan teknik matematika yang canggih untuk mendapatkan solusinya. Untuk mengilustrasikan model yang lebih kompleks ini, Hukum Newton II dapat juga digunakan untuk menentukan kecepatan akhir sebuah benda jatuh bebas di dekat permukaan bumi. Pemodelan matematika dapat diturunkan dengan mengekspresikan percepatan sebagai laju perubahan kecepatan (dv/dt). Substitusikan dv/dt kedalam persamaan akan diperoleh

$$m \frac{dv}{dt} = F$$

Dengan v adalah kecepatan (dalam m/s). Sehingga massa dikalikan laju perubahan kecepatan adalah sama dengan resultan gaya yang bekerja pada sistem. Jika resultan gaya adalah positif maka sistem bergerak dipercepat. Jika resultan gaya negatif sistem akan bergerak diperlambat. Sedangkan bila resultan gaya sama dengan nol, kecepatan sistem akan tetap.

Selanjutnya kita akan mengekspresikan resultan gaya dalam bentuk variabel dan parameter terukur. Untuk seorang penerjun payung yang jatuh di sekitar bumi, resultan gaya terdiri dari dua gaya yang berlawanan: gaya tarik kebawah dari gravitasi F_D dan gaya angkat dari tahanan udara F_U .



Gambar 1. 1 Ilustrasi penerjun payung

Berdasarkan ilustrasi tersebut maka jumlah gaya-gaya yang bekerja dapat diberikean sebagai berikut:

$$F = F_D + F_U$$

Jika gaya kebawah diberi tanda positif, Hukum Newton II dapat digunakan untuk memformulasikan gaya akibat gravitasi sebagai $F_D = m.g$, Dengan g adalah konstanta gravitasi yang besarnya adalah $9,8\text{m/s}^2$. Tahanan udara dapat diformulasikan melalui berbagai macam cara. Pendekatan yang paling sederhana adalah dengan mengasumsikannya proporsional linear terhadap kecepatan dan bekerja dalam arah ke atas. $F_U = -c.v$. Dengan c adalah koefisien gesekan udara dalam kg/s . Sehingga diperoleh persamaan:

$$m \frac{dV}{dt} = m.g - c.v$$

menjadi

$$\frac{dV}{dt} = g - \frac{c}{m}.v$$

Persamaan ini adalah sebuah model yang menghubungkan percepatan benda jatuh bebas dengan gaya yang bekerja padanya. Persamaan ini adalah sebuah persamaan diferensial sebab dirumuskan dalam bentuk laju perubahan (dv/dt) dari variabel yang ingin kita tentukan. Namun solusi eksak dari persamaan ini tak dapat diperoleh melalui perhitungan aljabar sederhana. Teknik lanjutan dari kalkulus harus diterapkan untuk mencari solusi eksak atau analitisnya yaitu dengan dengan initial condition ($v = 0$, saat $t = 0$), maka solusi eksaknya adalah :

$$v(t) = \frac{g \cdot m}{c} \left[1 - e^{-(c/m) \cdot t} \right]$$

Perhatikan bahwa $v(t)$ adalah variabel terikat, t adalah variabel bebas, c dan m adalah parameter, dan g adalah fungsi gaya. Persamaan yang terakhir disebut sebagai solusi eksak atau solusi analitis dari persamaan sebelumnya. Namun banyak model matematika yang tak dapat diselesaikan secara eksak, sehingga alternatif penyelesaiannya adalah melalui solusi numerik yang merupakan hampiran bagi solusi eksak. Sebagai ilustrasi, laju perubahan kecepatan dalam Hukum Newton II dapat didekati sebagai berikut:

$$\frac{dv}{dt} \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$$

H. EVALUASI / SOAL LATIHAN

Lakukanlah investigasi dengan menganalisis berbagai contoh soal dalam menentukan:

1. Menentukan kesalahan
2. Pilihlah salah satu contoh dalam menentukan kesalahan absolut dan kesalahan relative
3. Uraikan Deret Taylor

FORMAT TUGAS

Nama/Nim:

1.
2.
3.
4.
5.

Topik :

Soal

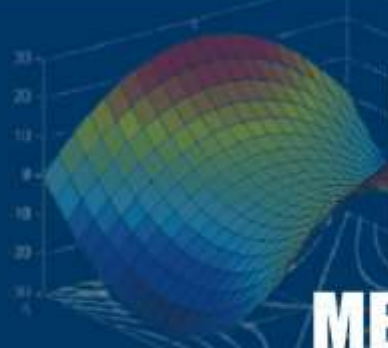
Penyelesaian

Kendala

Referensi/Rujukan

DAFTAR PUSTAKA

- Ajaib, M. A. (2016). Numerical Methods and Causality in Physics. *arXiv Researchgate, June*.
- Anonim. (2004). *Computational Methods in Physics*.
- Atmika, I. K. A. (2016). *Diktat Mata Kuliah Metode Numerik*. Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Udayana.
- Berwick, K. (2012). Computational Physics using MatLab. *Lecture Notes*, 1–103.
- Chasnov, J. R. (2012). *Numerical Methods*.
- Downey, A. B. (2008). *Physical Modeling in MATLAB*. Green Tea Press.
- Fairuz. (2013). *Metode Numerik-Interpolasi*. Online.
- Maharani, S., & Suprpto, E. (2018). *Analisis Numerik- Berbasis Group Investigation untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis* (Cetakan Ke). CV. AE Media Grafika.
- Mathews, J. H., & Fink, K. D. (1999). *Numerical Method Using MATLAB* (3rd ed.). Prentice Hall.
- Pang, T. (2006). An introduction to computational physics, second edition. In *An Introduction to Computational Physics, Second Edition* (2nd ed.). Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511800870>
- Priemer, R. (2013). MATLAB for Electrical and Computer Engineering Students and Professionals. In *MATLAB® for Electrical and Computer Engineering Students and Professionals: With Simulink®*. <https://doi.org/10.1049/sbpc501e>
- Rahayu, P. (2016). *Perbandingan Solusi Numerik Metode Romberg dan Simulasi Monte Carlo Pada Penyelesaian Integral*. UIN Alauddin Makassar.
- Setiawan, A. (2016). *Diktat Kuliah Analisis Numerik*. Universitas Pembangunan Jaya.
- Yang, W. Y., Cao, W., Chung, T.-S., & Morris, J. (2005). *Applied Numerical Methods Using Matlab*. John Wiley & Sons, Inc.



PENGANTAR ANALISIS NUMERIK MENGUNAKAN MATLAB

Buku "Pengantar Analisis Numerik Menggunakan Matlab" adalah sebuah panduan yang dirancang untuk membantu pembaca memahami prinsip-prinsip analisis numerik dan menerapkannya menggunakan perangkat lunak Matlab. Buku ini ditujukan untuk mahasiswa, ilmuwan, insinyur, atau siapa pun yang tertarik dalam memecahkan masalah matematis dalam ilmu sains atau teknik dengan bantuan komputasi. Secara khusus buku ini disusun sebagai bahan ajar Mahasiswa Jurusan Fisika Fakultas Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, dan Kebumihan Universitas Negeri Manado.

Buku ini memadukan teori dan praktik dalam analisis numerik. Dalam pembahasan teorinya, pembaca akan diperkenalkan kepada konsep-konsep dasar analisis numerik pada perkuliahan mata kuliah analisis numerik yang terbagi dalam 6 (enam) Bab. Setiap babnya berisi tujuan, materi, latihan, dan evaluasi pembelajaran. Bab pertama, berisi tentang pengantar analisis numerik yang mengkaji metode numerik secara umum. Bab dua, instalasi program matlab dan dasar-dasar penggunaannya untuk digunakan dalam membantu menyelesaikan persoalan numerik dalam bidang fisika. Bab tiga, topik yang berkaitan akar-akar persamaan. Bab empat, topik-topik yang berkaitan dengan interpolasi dan ekstrapolasi. Bab lima berisi tentang integrasi dan diferensiasi numerik, dan Bab 6 berisi tentang kumpulan simulasi numerik dalam fisika menggunakan Matlab.

Selain teori, buku ini juga memfokuskan pada penerapan Matlab dalam menyelesaikan masalah analisis numerik. Pembaca akan belajar cara menggunakan Matlab untuk memecahkan masalah seperti mencari akar persamaan, menghitung integral, dan menyelesaikan persamaan diferensial. Buku ini juga mencakup contoh-contoh dan latihan-latihan praktis yang akan membantu pembaca memahami konsep dan mengasah keterampilan mereka dalam menerapkan analisis numerik menggunakan Matlab.

Dengan membaca "Pengantar Analisis Numerik Menggunakan Matlab," pembaca akan mendapatkan pemahaman yang kuat tentang dasar-dasar analisis numerik dan kemampuan untuk menggunakannya dalam berbagai konteks komputasi. Buku ini merupakan sumber yang berharga untuk siapa saja yang ingin memahami dan menguasai analisis numerik dengan bantuan perangkat lunak Matlab. Keseluruhan topik yang dimuat pada buku ini diharapkan dapat memberikan informasi, pengetahuan, dan pengalaman belajar pada mahasiswa yang memprogram mata kuliah analisis numerik di Jurusan Fisika Fakultas Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, dan Kebumihan (FMIPA-K) Universitas Negeri Manado (UNIMA).



CV. Tahta Media Group
Surakarta, Jawa Tengah
Web : www.tahtamedia.com
Ig : [tahtamedia](https://www.instagram.com/tahtamedia)
Telp/WA : +62 896-5427-3996

ISBN 978-623-147-198-7 (PDF)



9 786231 471987